

עבודת קיץ במתמטיקה למסיימי כיתה ט' תשפ"ג העולים ל- 5 יחידות לימוד

הבהרות והנחיות:

1. הגשת העבודה הינה חובה.
2. יש להקפיד על כתיבה מסודרת, על גבי דפי פוליו משובצים ולהגיש בקלסר חצי שקוף
3. יש להגיש את העבודה בשיעור מתמטיקה הראשון בשנת הלימודים תשפ"ד
4. מבחן מעבר ל- 5 יחידות (לתלמידים המעוניינים) יתקיים בתאריך **29.8.2023** בשעה 08:30.
תלמידים הניגשים למבחן מעבר - **יש להגיש את העבודה ביום המבחן**
5. בתחילת שנת הלימודים יתקיים מבחן על העבודה לכלל תלמידי 5 יח"ל

בהצלחה !

וחופשה נעימה ☺

מצוות מתמטיקה

תוכן עניינים:

1. [טכניקה אלגברית](#)
2. [מערכת משוואות ממעלה ראשונה](#)
3. [מערכת משוואות ממעלה שנייה](#)
4. [אי שוויונות אלגבריים](#)
5. [חזקות ושורשים](#)
6. [הפונקציה הריבועית](#)
7. [בעיות מילוליות](#)
8. [גאומטריה](#)
9. [קדם אנליזה](#)
10. [גאומטריה אנליטית](#)

פרק 1 - טכניקה אלגברית

1. צמצמו את השברים הבאים ע"י פירוק לגורמים. יש לכתוב תחום הגדרה (תשובות בסוף העמוד):

$$\frac{3z^2 + 26z + 16}{3z + 2} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{4y - 10}{2y^2 + y - 15} \quad \text{ג.}$$

$$\frac{9n^2 - 12n}{4 + 5n - 6n^2} \quad \text{ו.}$$

$$\frac{x^2 + 5x - 36}{x^3 + 9x^2} \quad \text{ה.}$$

$$\frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 + x - 56} \quad \text{ז.}$$

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 5x + 6} \quad \text{ה.}$$

$$\frac{m^3n - m^2n^2 - m^2 + mn}{2m^2n^3 + mn^2 - 3n} \quad \text{ח.}$$

$$\frac{3a^2b - 10ab^2 + 3b^3}{-3a^3b + 11a^2b^2 - 6ab^3} \quad \text{ט.}$$

$$\frac{2}{y+3}, x \neq -3, \frac{5}{2} \quad \text{ג.}$$

תשובות:

$$\frac{-3n}{2n+1}, n \neq -\frac{1}{2}, \frac{4}{3} \quad \text{ו.}$$

$$\frac{x-4}{x^2}, x \neq 0, -9 \quad \text{ה.} \quad z+8, z \neq -\frac{2}{3} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{x-7}{x+8}, x \neq 7, -8 \quad \text{ז.} \quad \frac{x+2}{x+3}, x \neq -2, -3 \quad \text{ה.}$$

$$\frac{m(m-n)}{n(2mn+3)}, mn \neq 1, -\frac{3}{2}, n \neq 0 \quad \text{ח.}$$

$$\frac{3a-b}{a(2b-3a)}, a \neq 0, b \neq 0, a \neq 3b, 2b \neq 3a \quad \text{ט.}$$

2. פשטו את הביטויים הבאים:

$$\left(\frac{2}{x} + 1\right) \cdot \frac{x^2}{7x+14} \quad \text{ב.}$$

$$\frac{4}{x} \cdot \frac{x^2}{8} + \frac{9}{x+1} \cdot \frac{x+1}{18} \quad \text{א.}$$

$$\left(3x - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x}\right) : \frac{6x^3 + 2x - 4}{x^2} \quad \text{ד.}$$

$$\frac{7}{y^2} : \frac{6}{y^3} - \frac{y-4}{63} \cdot \frac{3y-4}{y^2 - 8y + 16} \quad \text{ג.}$$

תשובות:

$$\frac{1}{2} \quad \text{ד.} \quad \frac{147y^2 - 594y + 8}{126(y-4)} \quad \text{ג.}$$

$$\frac{x}{7} \quad \text{ב.} \quad \frac{x+1}{2} \quad \text{א.}$$

3. כפל וחילוק שברים אלגבריים

כפלו ו/או חלקו את השברים הבאים (צמצמו בנידת האפשר)

$$.52 \quad \frac{a^2 - 8a + 16}{a^2} \cdot \frac{3a}{a - 4} \quad .53 \quad \frac{a^2 - 7a + 10}{2a - 4} \cdot \frac{a}{a - 5} \quad .54 \quad \frac{a^2 - 5a - 6}{a^2 - 1} \cdot \frac{5a - 5}{4a - 24}$$

$$.57 \quad \frac{9a^2 - 4}{3a} : \frac{6a + 4}{8a} \quad .58 \quad \frac{2a + 10}{9a^2 - 6a + 1} : \frac{3a + 15}{9a - 3}$$

$$.59 \quad \frac{a^2 - 6a + 8}{3a^2 - 13a + 4} : \frac{a^2 - a - 2}{2a^2 - 3a - 5} \quad .60 \quad \frac{a^2 + 2a - 15}{2a^2 - 50} : \frac{a^2 - 6a + 9}{4a - 12}$$

תשובות:

$$.52 \quad \frac{3(a-4)}{a} \quad .53 \quad \frac{a}{2} \quad .54 \quad \frac{5}{4} \quad .55 \quad \frac{3(a+1)}{a} \quad .56 \quad \frac{a}{4} \quad .57 \quad \frac{4(3a-2)}{3} \quad .58 \quad \frac{2}{3a-1} \quad .59 \quad \frac{2a-5}{3a-1} \quad .60 \quad \frac{2}{a-5}$$

4. חיבור וחיסור שברים אלגבריים: פשטו את הביטויים הבאים:

$$.81 \quad \frac{3}{6a-10} - \frac{15}{9a^2-25} \quad .82 \quad \frac{1}{a-3} + \frac{3}{a^2+3a} - \frac{6}{a^2-9}$$

$$.83 \quad \frac{1}{2a+2b} + \frac{b}{a^2-b^2} \quad .84 \quad \frac{1}{a^2+3ab} - \frac{2}{a^2-9b^2}$$

$$.85 \quad \frac{a}{a^2-6a+8} - \frac{2}{3a-12} \quad .86 \quad \frac{3}{a^2-4} - \frac{2}{a^2-4a+4}$$

$$.87 \quad \frac{1}{3a-6} + \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a^2-a-2} \quad .88 \quad \frac{a-8}{a^2-a-6} + \frac{1}{a-3}$$

$$.89 \quad \frac{2a^2+3a}{3a^2-5a-2} + \frac{a}{3a+1} \quad .90 \quad \frac{a+5}{2a+6} + \frac{a+7}{a^2+2a-3}$$

$$.79 \quad \frac{a+5}{a} \quad .80 \quad \frac{12}{a+6} \quad .81 \quad \frac{3}{2(3a+5)} \quad .82 \quad \frac{1}{a}$$

תשובות:

$$.83 \quad \frac{1}{2(a-b)} \quad .84 \quad \frac{-1}{a(a-3b)} \quad .85 \quad \frac{a+4}{3(a-2)(a-4)} \quad .86 \quad \frac{a-10}{(a+2)(a-2)^2}$$

$$.87 \quad \frac{4}{3(a+1)} \quad .88 \quad \frac{2}{a+2} \quad .89 \quad \frac{a}{a-2} \quad .90 \quad \frac{a+3}{2(a-1)}$$

חזור

פרק 2 – מערכות משוואות ממעלה ראשונה

5. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} 2(x-y) - (1+x) + 4y = 0 \\ 2 - 3(x-y) = 7y - x \end{cases} \quad \text{ד.}$$

$$\begin{cases} 4(y-1) - y = -x - 3 \\ x - 9 = -6(y+1) - x \end{cases} \quad \text{ג.}$$

$$\begin{cases} 5(1+x) + 4(1-y) = -6 \\ 7(3+x) - 6(4-y) = 34 \end{cases} \quad \text{ו.}$$

$$\begin{cases} 2(3y+2x) + y - (x-y) = 18 \\ 5(x+y) - 3x - 2(3x+5y) = 10 \end{cases} \quad \text{ה.}$$

תשובות

ג. אין פתרון ד. אינסוף פתרונות

ה. (-10, 6) ו. (1, 5)

6. מערכת משוואות עם שברים.

פיתרו את המשוואות הבאות, שימו לב לתחום הצבה:

$$\frac{40}{2x+y} + \frac{36}{2x-y} = 5 \quad \text{.22}$$

$$\frac{20}{x+y} + \frac{10}{x-y} = 7 \quad \text{.21}$$

$$\frac{60}{2x+y} + \frac{24}{2x-y} = 5$$

$$\frac{50}{x+y} + \frac{8}{x-y} = 9$$

תשובות:

.21 (6;4) .22 (8;4)

חזר

פרק 3 משוואות ומערכת משוואות ממעלה שנייה ויותר

7. פתרו את המשוואות הבאות, יש להתייחס לתחום הצבה:

$$\frac{x+1}{3x-12} + \frac{1}{x+6} = \frac{2x+2}{x^2+2x-24} \quad .81$$

$$\frac{x+4}{3x+1} - \frac{4x+5}{9x^2+18x+5} = \frac{8x+15}{3x+5} \quad .80$$

$$\frac{x-3}{x^2-6x+5} = \frac{5}{x^2-1} \quad .83$$

$$\frac{x+4}{2x+14} + \frac{x+4}{2x+2} = \frac{9}{x^2+8x+7} \quad .82$$

$$\frac{x+11}{x^2-3x-10} = \frac{x+1}{x^2-8x+15} \quad .85$$

$$\frac{5x-8}{2x-2} + \frac{2x+25}{15x-3} = \frac{x+143}{5x^2-6x+1} \quad .84$$

$$\frac{x-5}{2x^2-18} = \frac{x-3}{4x^2+6x-18} \quad .87$$

$$\frac{3x}{x^2+5x+6} = \frac{2x+2}{x^2+6x+9} \quad .86$$

$$\frac{1}{x-4} + \frac{7}{x+8} = \frac{4}{x+2} + \frac{14}{x^2+4x-32} \quad .89$$

$$\frac{5}{x^2+2x-3} + \frac{45}{x^2+10x+21} = \frac{18}{x^2+6x-7} \quad .88$$

תשובות:

.79 .3 .80 .0, $-1\frac{19}{21}$.81 .2 .82 אין פתרון. .83 אין פתרון. .84 .4, $-2\frac{63}{79}$.
 .85 .7 .86 .-4, .1 .87 .1, .6 .88 .2 .89 .6, 2.5 .90 א.3.

8. פרקו לגורמים ופתרו את המשוואות הבאות (היעזרו בשיטת ההצבה במידת הצורך):

$$x^4 + 8x^3 + 15x^2 = 0 \quad .17 \qquad 3x^4 - 108x^2 = 0 \quad .16$$

$$x(x-3)^2 = (x+4)^2 - 11.25x - 16 \quad .20 \qquad x(x+2)^2 = 2x^2 + 19x \quad .19$$

$$4x^4 - 25x^2 = 0 \quad .22 \qquad 25x^4 - 40x^2 + 16 = 0 \quad .21$$

$$(x^2+2)(x^2-12) = 72 \quad .24 \qquad x^4 + 49x^2 = 0 \quad .23$$

תשובות

.16 .-6, 6, 0 .17 .-5, -3, 0.
 .18 .-4, 4, 0 .19 .-5, 3, 0 .20 .3.5, 0.
 .21 $\pm\frac{2}{\sqrt{5}}$.22 .0, ± 2.5 .23 .0 .24 ± 4 .

9. פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

$$2x^2 - 3y^2 = 20 \quad .43$$

$$xy = 8$$

$$y = x^4 \quad .42$$

$$y = 5x^2 - 4$$

$$x^2 + 4xy + y^2 = 13 \quad .45$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3$$

$$x^2 + y^2 + x^2y^2 = 129 \quad .44$$

$$x^2 + y^2 - x^2y^2 = -71$$

תשובות: 42. (1;1), (-1;1), (2;16), (-2;16). 43. (4;2), (-4;-2).

44. (2;5), (2;-5), (-2;5), (-2;-5), (5;2), (5;-2), (-5;2), (-5;-2).

45. (1;2), (-1;-2), (2;1), (-2;-1).

חזור

פרק 4 - אי שוויונות אלגבריים

10. פתרו את אי השוויונות הבאים (אי שוויונות ממעלה שנייה):

$$(5x+6)^2 \leq 4(x-3)^2 \quad (16)$$

$$(x-5)^2 + x(x+2) < 89 \quad (15)$$

$$2x^2 + 2x + 24 \geq 0 \quad (20) \quad (x-3)^2 > (x-1)(x+6) - x^2 - 3x \quad (19)$$

תשובות (אי שוויונות ממעלה שנייה):

$$-4 < x < 8 \quad (15)$$

$$-4 \leq x \leq 0 \quad (16)$$

$$1 < x < 2, x > 3 \quad (21)$$

$$x \text{ כל} \quad (20)$$

$$x < 3, x > 5 \quad (19)$$

11. פתרו את אי השוויונות הבאים (אי שוויונות ממעלה גבוהה):

$$x^3 - 10x^2 + 25x > 0 \quad .6 \quad 2x^3 \geq 5x^2 + 3x \quad .5 \quad x^3 - 8x^2 + 15x \geq 0 \quad .4$$

$$x^3 + 25x > 0 \quad .9 \quad x^3 - 5x^2 \geq 0 \quad .8 \quad x^3 < x^2 \quad .7$$

$$(x^2 - 2x + 1)(x - 7) < 0 \quad .24 \quad (2x^2 - 5x + 2)(x - 7) \leq 0 \quad .23$$

$$(x^2 - 6x + 10)(x - 4) > 0 \quad .26 \quad (x^2 + 6x + 9)(x - 2) \leq 0 \quad .25$$

תשובות (אי שוויונות ממעלה גבוהה):

- .4 $0 \leq x \leq 3$ או $x \geq 5$.5 $x \geq 3$ או $-\frac{1}{2} \leq x \leq 0$.6 $x > 0$, $x \neq 5$.7 $x < 1$, $x \neq 0$.8 $x \geq 5$ או $x = 0$.9 $x > 0$.23 $x \leq 0.5$ או $2 \leq x \leq 7$.24 $x < 7$, $x \neq 1$.25 $x \leq 2$.26 $x > 4$.

12. אי שוויונות עם מכנים:

$$\frac{x-2}{5(6-x)(3x+2)} \geq 0 \quad .43$$

$$\frac{x}{x^2-8x+15} \geq 0 \quad .42$$

$$\frac{8}{x^2-6x+8} < 0 \quad .45$$

$$\frac{(x+5)^2-4x(x+8)}{x} > 0 \quad .44$$

$$\frac{5}{x^2-4x} < \frac{18}{x^2-16} - \frac{9}{x+4} \quad .119$$

$$\frac{x}{6x-15} - \frac{3x+13}{8x^2-50} \geq 1 - \frac{x+19}{4x+10} \quad .118$$

$$\frac{8}{x-3} - \frac{7}{x+2} > \frac{42}{x^2-x-6} \quad .121$$

$$\frac{2}{(x-3)^2} + \frac{5}{x-3} \leq 3 \quad .120$$

תשובות (אי שוויונות עם מכנים)

- .40 $0 < x < 3$ או $x \geq 7$.41 $x > 3$ או $-2 < x \leq 1$.42 $0 \leq x < 3$ או $x > 5$.43 $x < -\frac{2}{3}$ או $2 \leq x < 6$.44 $0 < x < 1$ או $x < -8\frac{1}{3}$.45 $2 < x < 4$.46 $x > 2$.117 $x > 8$ או $-5 < x < 5$.118 $-2.5 < x < 2.5$ או $3 \leq x \leq 4\frac{1}{7}$.119 $4 < x < 5$ או .120 $x < -4$ או $x \leq 2\frac{2}{3}$ או $x \geq 5$.121 $-2 < x < 3$ או $x > 5$.

תזר

פרק 5 - חזקות ושורשים

13. חזקות:

פשטו וצמצמו את הביטויים הבאים תוך שימוש בחוקי חזקות. הציגו את תשובתכם הסופית באמצעות מעריכים חיוביים בלבד

$$\frac{(ab)^2 \cdot (a^{-1}b^2)^2}{(ab^2)^2 \cdot a^{-3}} \quad \text{ה.} \quad \frac{(ab)^{-1} \cdot (a^{-1}b)^2}{a^{-1} \cdot (ab)^{-2}} \quad \text{ד.} \quad \frac{(a^{-1}b^2)^3 \cdot b}{(ab^{-1})^3} \quad \text{ג.}$$

$$\frac{(a^{-1}b^2)^{-1} \cdot (a^3c^{-1})^2}{(a^2b^3c^{-1})^3 (a^{-2}b^3c)^5} \quad \text{ח. (*)} \quad \frac{(abc^2)^2 \cdot (8bc)^2}{(4a^2c)^3 \cdot (a^3b)^5} \quad \text{ז. (*)} \quad \frac{(a^2b^3)^2 \cdot (a^2b^{-1})^3}{a^3b \cdot (a^4b)^4} \quad \text{ו. (*)}$$

$$\frac{5^{x+2} \cdot (5^{x+1})^2}{(5^{x+6})^2 \cdot 5^{-x}} \quad \text{ב. (*)} \quad \frac{7^{x+5} \cdot (7^{-1})^x}{(7^{2x+1})^2 \cdot 7^0} \quad \text{א. (*)}$$

תשובות:

$$\frac{a^{11}}{b^{26}c^4} \quad \text{ח.} \quad \frac{c^3}{a^{19}b} \quad \text{ז.} \quad \frac{1}{a^9b^2} \quad \text{ו.} \quad ab^2 \quad \text{ה.} \quad b^3 \quad \text{ד.} \quad \frac{b^{10}}{a^6} \quad \text{ג.} \quad \frac{1}{a} \quad \text{ב.} \quad b^3 \quad \text{א.} \quad (4)$$

$$5^{2x-8} = \frac{5^{2x}}{5^8} \quad \text{ב.} \quad 7^{3-4x} = \frac{7^3}{7^{4x}} \quad \text{א.}$$

14. שורשים:

$$\sqrt{k^2} \cdot \sqrt{b^4} \cdot \sqrt{k^2b^4} = \boxed{} \quad \text{3.} \quad \sqrt{a} \cdot \sqrt{ab} \cdot \sqrt{b} = \boxed{} \quad \text{2.} \quad \sqrt{a^2b} \cdot \sqrt{a^4b^3} = \boxed{} \quad \text{1.}$$

$$\sqrt{\frac{(ab^2)^3}{a \cdot (ab)^2}} = \boxed{} \quad \text{6.} \quad \frac{\sqrt{a^5b^7}}{\sqrt{a^3b}} = \boxed{} \quad \text{5.} \quad \frac{\sqrt{mn^2}}{\sqrt{m^2n}} = \sqrt{\boxed{}} \quad \text{4.}$$

תשובות:

$$b^2 \quad \text{6.} \quad ab^3 \quad \text{5.} \quad \frac{n}{m} \quad \text{4.} \quad k^2 \quad \text{3.} \quad ab \quad \text{2.} \quad a^3b^2 \quad \text{1.}$$

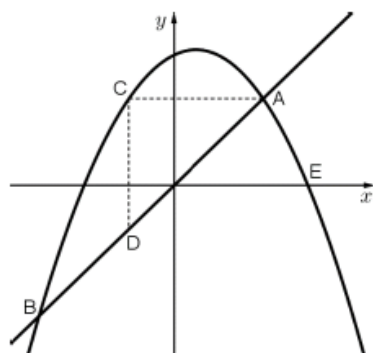
חזר

פרק 6 - הפונקציה הריבועית

תשובות בסוף הפרק "הפונקציה הריבועית"

(1) בסרטוט שלפניך מתוארים

הישר: $y = 2x$ והפרבולה: $y = -x^2 + x + 6$.



א. חשב את שיעורי נקודות החיתוך

של הישר והפרבולה, A ו-B.

ב. הישר AC מקביל לציר ה-x

והישר CD מקביל לציר ה-y.

חשב את שטח המשולש ACD.

ג. מצא את משוואת הישר המקביל

לישר הנתון ועובר דרך הנקודה E, נקודת החיתוך של גרף הפרבולה עם

ציר ה-x הנמצאת מימין לראשית הצירים.

(2) בסרטוט שלפניך מתוארים

הישר: $y = x + 4$ והפרבולה: $y = x^2 - 5x + 4$.

הגרפים של הישר והפרבולה נחתכים

בנקודות A ו-B.

א. חשב את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. חשב את שיעורי הנקודות C ו-D,

נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם

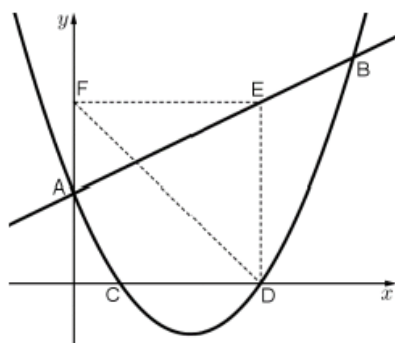
ציר ה-x.

ג. מעלים אנך מהנקודה D החותך את הישר בנקודה E.

חשב את שיעורי הנקודה E.

ד. הקטע EF מקביל לציר ה-x.

חשב את שטח המשולש FDE.



(3) בסרטוט שלפניך מתוארים הגרפים

של שני ישרים I ו-II.

ושל הפרבולה $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x + 8$.

שני הישרים והפרבולה נחתכים בנקודה A.

משוואת הישר II היא: $y = x + 14$.

א. חשב את שיעורי הנקודה A.

ב. חשב את שיעורי הנקודה C,

נקודת החיתוך של גרף הפרבולה עם

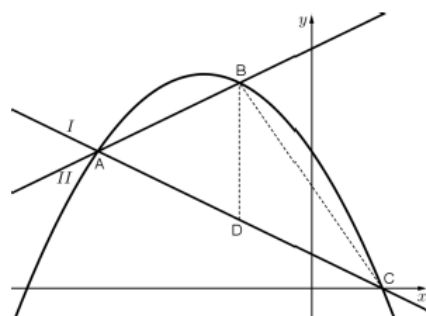
ציר ה-x הנמצאת מימין לראשית הצירים.

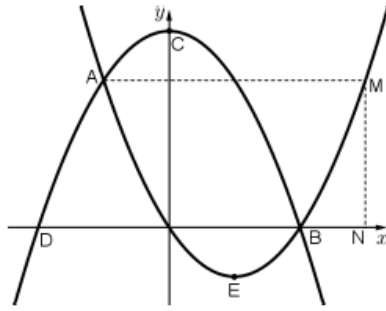
ג. מצא את משוואת הישר I.

ד. חשב את שיעורי הנקודה B.

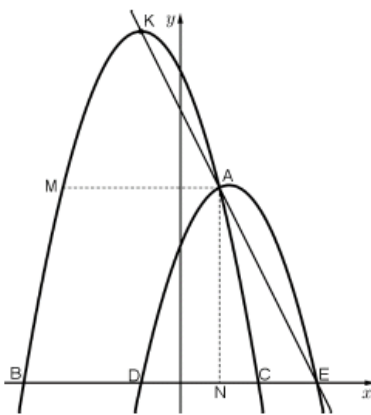
ה. הקטע BD מקביל לציר ה-y וחותך את ישר I בנקודה D.

חשב את שטח המשולש BCD.





- 4 בסרטוט שלפניך מתוארים הגרפים של שתי פרבולות: $y = x^2 - 3x$ ו- $y = -x^2 + 9$.
- א. חשב את שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולות זו עם זו: A ו-B.
- ב. חשב את שיעורי נקודות החיתוך של הפרבולות עם ציר ה- x .
- ג. חשב את שיעורי קדקודי הפרבולות.
- ד. הקטעים AM ו-MN מקבילים לציר ה- x ולציר ה- y בהתאמה. חשב את אורכם.
- ה. חשב את שטח המשולש ABM.



- 5 בסרטוט שלפניך נתונות הפרבולות: $y = -x^2 - 2x + 8$ ו- $y = -x^2 + 2\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}$.
- א. חשב את שיעורי נקודת החיתוך של הפרבולות A, ואת שיעורי נקודות החיתוך שלהן עם ציר ה- x , B, C, D, E.
- ב. כתוב את משוואת הישר AE והראה כי הוא עובר דרך נקודת קדקוד הפרבולה, K.
- ג. מעבירים את הקטעים AM ו-AN אשר מקבילים לצירים. חשב את אורכם.
- ד. חשב את שטח המשולש AME.

- 6 נתונות שתי פרבולות: $y = 2x^2 - 4x$ ו- $y = 3x^2 + bx - 2$, פרמטר b .
- א. לשתי הפרבולות נקודת חיתוך משותפת: $(1, -2)$. מצא את ערך הפרמטר b .
- ב. מצא את נקודת החיתוך שנייה של שתי הפרבולות.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפרבולה: $y = 2x^2 - 4x$. (היעזר בנקודות החיתוך עם הצירים ובקדקוד הפרבולה).

- 7 נתונות שתי פרבולות: $y = x^2 - x + 6$ ו- $y = ax^2 - 6x - 8$, פרמטר $a \neq 0$.
- א. לשתי הפרבולות נקודת חיתוך משותפת: $(-2, 12)$. מצא את ערך הפרמטר a .
- ב. מצא את נקודת החיתוך שנייה של שתי הפרבולות.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפרבולה: $y = x^2 - x + 6$. (היעזר בנקודות החיתוך עם הצירים ובקדקוד הפרבולה).

- 8 נתונות שתי פרבולות שמשוואותיהן: $y = -x^2 + bx - 5$ ו- $y = -x^2 + 3x + 4$, פרמטר b .
- ידוע כי הגרפים של הפרבולות נחתכים בנקודת הקדקוד של הפרבולה $y = -x^2 + bx - 5$. מצא את ערך הפרמטר b (הבחן בין שתי אפשרויות שונות).

9. נתונה הפונקציה: $y = a(x - 3)^2 + k$

הציבו במקום הפרמטרים a ו- k ערכים לפי התנאים הבאים:


א. לפונקציה נקודת מקסימום והיא חותכת את ציר x בשתי נקודות שונות

ב. לפונקציה נקודת מינימום והיא חותכת את ציר x

ג. לפונקציה נקודת מינימום והיא חותכת את ציר y בנקודה $(0, -1)$

ד. לפונקציה נקודת מקסימום והיא חותכת את ציר x בנקודה אחת.

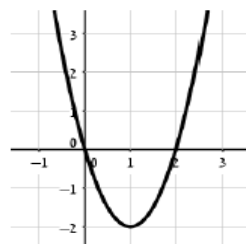
10. השלימו את הטבלה:

תחומי חיוביות ושליליות	תחומי עליה וירידה	סקיצה	נקודת חיתוך עם ציר ה-Y	שיעורי קודקוד הפרבולה, ציר הסימטריה	נקודות חיתוך עם ציר ה-X	איפיון הפרבולה	הפונקציה (מכפלת הישרים)
חיובית: $x > -3$, שלילית: $-6 < x < -3$	עליה: $x > -4.5$ ירידה: $x < -4.5$		$(0; 18)$	$x = -4.5$ $y = -2.25$	$(-6; 0)$ $(-3; 0)$	פרבולה בעלת נקודת מינימום	$f(x) = (x+3)(x+6)$
							$f(x) = (x-2)^2$
							$f(x) = (3-x)(-x+2)$
							$f(x) = 4x(\frac{x}{2} + 6)$
							$f(x) = (2x+1)(-3x+6)$
							$f(x) = -2x(4-x)$

תשובות

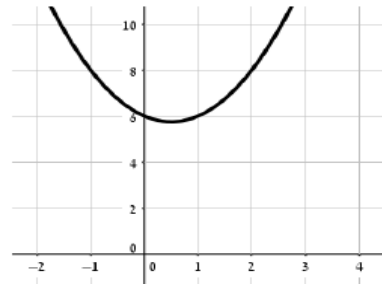
- (1) א. $A(2,4), B(-3,-6)$ ב. 4.5 יחידות שטח. ג. $y = 2x - 6$
- (2) א. $A(0,4), B(6,10)$ ב. $C(1,0), D(4,0)$ ג. $E(4,8)$
ד. 16 יחידות שטח.
- (3) א. $A(-6,8)$ ב. $C(2,0)$ ג. $y = -x + 2$
ד. $B(-2,12)$ ה. 16 יחידות שטח.
- (4) א. $A(-1.5, 6.75), B(3,0)$ ב. $B(3,0), D(-3,0)$ ו- $O(0,0)$ ג. $C(0,9), E(1.5, -2.25)$
ד. 6 יחידות אורך AM , 6.75 יחידות אורך MN .
ה. 20.25 יחידות שטח.

- (5) א. $A(1,5), B(-4,0), C(2,0), D(-1,0), E(3.5,0)$ ב. $y = -2x + 7$
ג. 4 יחידות אורך AM , 5 יחידות אורך AN . ד. 10 יחידות שטח.



- (6) א. $b = -3$ ב. $(-2, 16)$
ג. סקיצה בצד:

- (7) א. $a = 2$ ב. $(7, 48)$
ג. להלן סקיצה:



- (8) $b = -3$ או $b = 6$

פרק 7 - בעיות מילוליות

5 קמ"ש, 3 קמ"ש

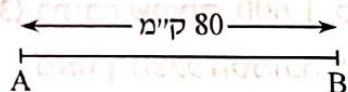
1. כל אחד משני הולכי רגל עבר מרחק של 30 ק"מ. מהירותו של הולך הרגל המהיר הייתה גדולה ב- 2 קמ"ש ממהירותו של הולך הרגל האיטי, ולכן הוא עבר את המרחק הנ"ל ב- 4 שעות פחות. חשבו את המהירות של כל אחד מהולכי הרגל.

10 קמ"ש

2. יואב רכב על אופניו מרחק של 30 ק"מ. אחר-כך המשיך בדרכו בהליכה במהירות קבועה, מרחק של 8 ק"מ. מהירות ההליכה הייתה קטנה ב- 6 קמ"ש ממהירות הרכיבה. את הדרך כולה עבר יואב ב- 5 שעות. מהי מהירות הרכיבה של יואב?

32 קמ"ש, 25 קמ"ש

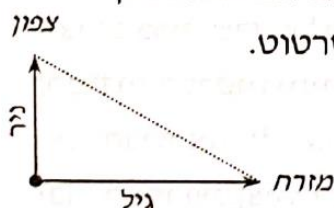
3. המרחק בין A ל-B הוא 80 ק"מ. שני רוכבי אופניים יצאו בו-זמנית מנקודה A, ונסעו לנקודה B. המהירות של הרוכבים לא השתנתה כל זמן נסיעתם. הרוכב המהיר נסע במהירות הגבוהה ב- 7 קמ"ש ממהירותו של הרוכב האיטי, ולכן הגיע לנקודה B 42 דקות לפניו. חשבו את המהירות של כל אחד מרוכבי האופניים.



ניר: 5 קמ"ש

גיל: 12 קמ"ש

4. שני אחים, ניר וגיל, הגרים באותו בית, יצאו לטיול מביתם באותו זמן. ניר הלך צפונה. גיל רכב על אופניו מזרחה כמתואר בסרטוט. מהירות הרכיבה של גיל גדולה ב- 7 קמ"ש ממהירות הליכתו של ניר. אחרי שעתיים, היה המרחק ביניהם 26 ק"מ. מהי מהירותו של ניר ומהי מהירותו של גיל? רמז: היעזרו במשפט פיתגורס.



בשעה 16:00

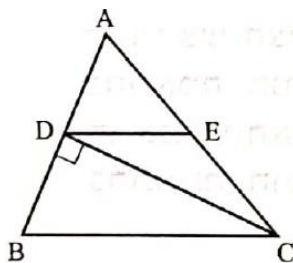
5. המרחק בין שתי תחנות רכבת באירופה A ו-B הוא 1,440 ק"מ. בשעה 7:00 יוצאת מתחנה A רכבת ונוסעת לכיוון תחנה B. בשעה 8:00 יוצאת רכבת שנייה מתחנה B לכיוון תחנה A ונוסעת במהירות הגדולה ב-10 קמ"ש מזו של הרכבת הראשונה. באיזו שעה תיפגשנה הרכבות, אם ידוע כי המפגש מתרחש בדיוק באמצע הדרך?

80 קמ"ש

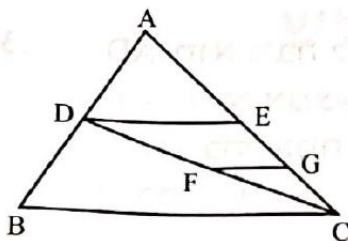
6. מכונית עברה את המרחק מ-A ל-B במשך 5 שעות במהירות מסוימת. בדרכה חזרה עברה המכונית $\frac{2}{5}$ מהדרך במהירות הקטנה ב-16 קמ"ש ממהירותה המסוימת ואת שאר הדרך עברה במהירות הגדולה ב-10 קמ"ש ממהירותה המסוימת. הדרך בחזרה נמשכה 5 שעות ו-10 דקות. מהי מהירותה של המכונית בדרכה הלוך?

חזר

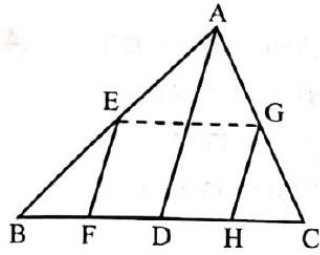
פרק 8 - גאומטריה



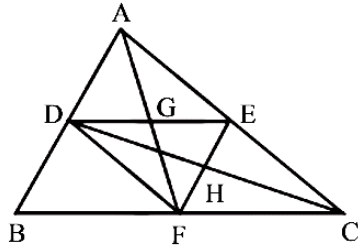
1. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC. נתון: $\angle BDC = 90^\circ$. הוכח: $AC = BC$.



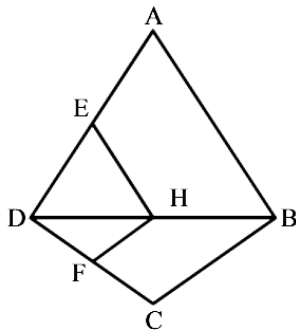
2. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC. GF הוא קטע אמצעים במשולש DEC. א. נתון: $BC = 12$ ס"מ. חשב את אורך הקטע GF. ב. הוכח: $AC = 4GE$. תשובה: א. 3 ס"מ.



3. הנקודה D נמצאת על הצלע BC במשולש ABC.
 EF הוא קטע אמצעים במשולש ABD.
 GH הוא קטע אמצעים במשולש ACD.
 א. הוכח: המרובע EFHG הוא מקבילית.
 ב. הוכח: $EG = \frac{1}{2}BC$.

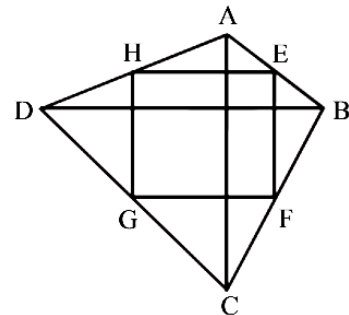


4. במשולש ABC, הנקודות D, E, F הן בהתאמה אמצעי הצלעות AB, AC, BC.
 א. הוכח: המרובעים ADFE ו-DECF הם מקביליות.
 ב. הוכח: $AC = 4GH$.

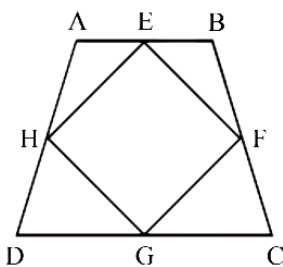


5. המרובע ABCD הוא דלתון ($CB = CD, AB = AD$).
 הנקודות E, H, F הן אמצעי הקטעים AD, BD, DC בהתאמה.
 א. הוכח: המרובע EHFH הוא דלתון.
 ב. נתון כי היקף הדלתון EHFH הוא 12 ס"מ.
 מהו היקף הדלתון ABCD?

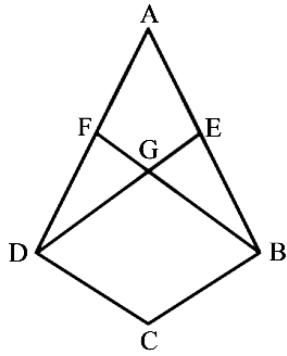
תשובה: ב. 24 ס"מ.



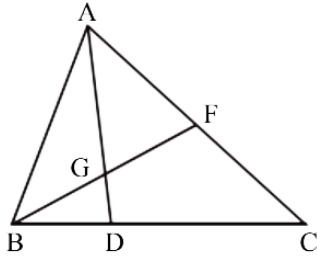
6. במרובע ABCD, האלכסונים AC ו-BD מאונכים זה לזה. הנקודות E, F, G ו-H הן אמצעי הצלעות AB, BC, CD ו-AD בהתאמה.
 הוכח: המרובע EFGH הוא מלבן.



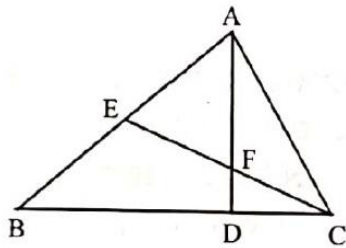
7. המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel DC$).
 הנקודות E, F, G, H הן אמצעי הצלעות AB, BC, CD ו-AD בהתאמה.
 כך שהמרובע EFGH הוא ריבוע.
 א. הוכח: ABCD טרפז שווה-שוקיים.
 ב. הוכח: $AC \perp BD$.



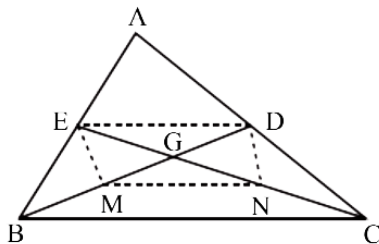
8. המרובע ABCD הוא דלתון ($CB = CD$, $AB = AD$). נתון: $AF = DF$, $AE = BE$.
 ו-DE ו-BF נחתכים בנקודה G.
 א. הוכח: הנקודה G נמצאת על הקטע AC.
 ב. נתון: $DG = AE$.
 הוכח: $BG = AF$.



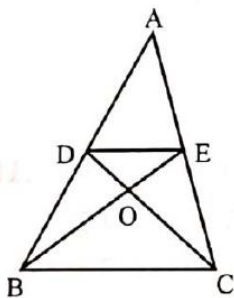
9. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של משולש ABC. הנקודה F נמצאת על הצלע AC. נתון: $DC = 2BD$, $AF = FC$, $DG = 4$ ס"מ.
 חשב את אורך הקטע AG.
הדרכה: דרך F העבר מקביל ל-AD.
תשובה: 12 ס"מ.



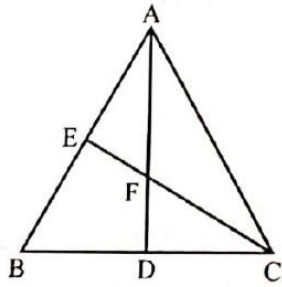
10. CE הוא תיכון לצלע AB במשולש ABC. D היא נקודה על הצלע BC. AD ו-CE נחתכים בנקודה F. נתון: $AF = 3DF$.
 הוכח: $BD = 2DC$.



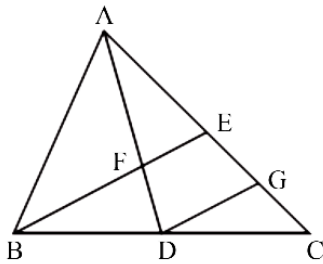
11. התיכונים BD ו-CE של משולש ABC נפגשים בנקודה G. נתון: M - אמצע BG, N - אמצע CG. הוכח: המרובע DEMN הוא מקבילית.



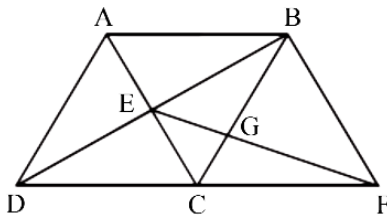
12. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC. אלכסוני המרובע DECB נפגשים בנקודה O. א. הוכח: $BE = 3 \cdot OE$.
 ב. נתון: $BE > CD$.
 הוכח: $\angle OCB > \angle OBC$.



13. המשולש ABC הוא שווה-צלעות.
 הגבהים AD ו-CE נפגשים בנקודה F.
 א. חשב את היחס $EF:CF$.
 ב. חשב את הזווית AFC.
 תשובה: א. $1:2$. ב. 120° .

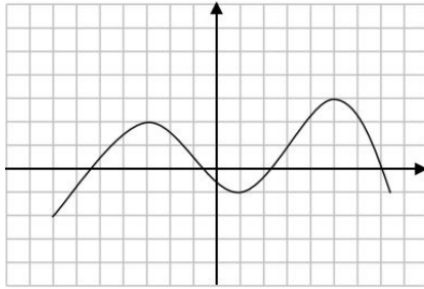


14. AD ו-BE הם תיכונים במשולש ABC.
 הנחתים נפגשים בנקודה F.
 נתון: $DG \parallel BE$.
 א. הוכח: $GC = \frac{1}{4}AC$.
 ב. הוכח: $EF = \frac{2}{3}DG$.



15. במקבילית ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה E. הנקודה F נמצאת על המשך הצלע DC כך שמתקיים $DC = CF$.
 הקטעים EF ו-BC נפגשים בנקודה G.
 הוכח: $\frac{BG}{BC} = \frac{2}{3}$.

פרק 9 – קדם אנליזה



7. לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.

א. השלימו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ והקיפו את סוג נקודת הקיצון:

הנקודה (__ , __) היא נקודת מינימום / מקסימום.

הנקודה (__ , __) היא נקודת מינימום / מקסימום.

הנקודה (__ , __) היא נקודת מינימום / מקסימום.

ב. בכל סעיף הקיפו את התשובה הנכונה:

1. הנקודה על הגרף שבה $x = -6$ נמצאת בתחום ירידה / עליה של הפונקציה $f(x)$.

2. הנקודה על הגרף שבה $x = -2$ נמצאת בתחום ירידה / עליה של הפונקציה $f(x)$.

3. בתחום שבו $1 < x < 2$ הפונקציה $f(x)$ יורדת / עולה.

4. הגרף חותך את ציר ה-y בתחום שבו הפונקציה $f(x)$ יורדת / עולה.

13. במערכת הצירים שלפניכם מופיעים הישר $g(x)$ והפונקציה $h(x)$.

א. השלימו:

1. הפונקציה $h(x)$ עולה בתחום: _____.

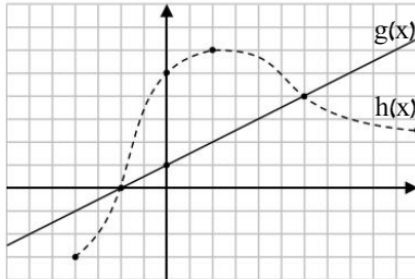
2. פתרונות המשוואה: $g(x) = h(x)$ הם: _____.

3. התחום בו שתי הפונקציות עולות הוא: _____.

4. התחום שבו הפונקציה $g(x)$ חיובית והפונקציה $h(x)$ יורדת הוא: _____.

ב. פתרו את אי השוויונות הבאים:

1. $g(x) \leq 3$ 2. $g(x) < h(x)$



17. לפניכם רשימת תכונות של הפונקציה הריבועית (פרבולה) $f(x)$.

- הפונקציה $f(x)$ מתאפסת בנקודה יחידה כאשר $x = 1$.

- הפונקציה $f(x)$ עולה בתחום: $x < 1$.

- הפונקציה $f(x)$ יורדת בתחום: $1 < x$.

- נתון שמתקיים: $f(0) = -2$.

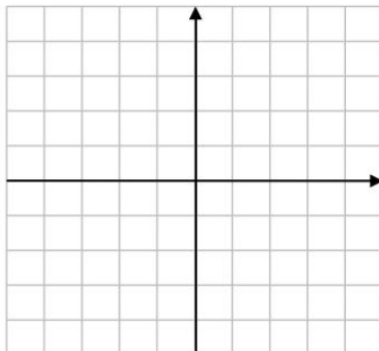
א. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ על גבי מערכת הצירים הנתונה.

ב. הסבירו מדוע עבור כל x מתקיים: $f(x) \leq 0$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x) + 3$.

1. מבלי לפתור משוואה כלשהי, קבעו בכמה נקודות חותך גרף הפונקציה $g(x)$ את ציר ה-x. נמקו את תשובתכם.

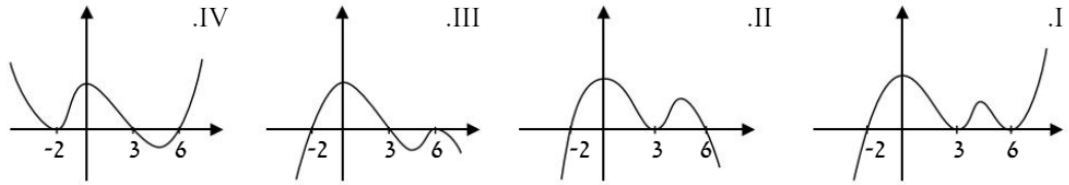
2. מצאו את שיעורי הקדקוד של הפונקציה $g(x)$.



19. לפניכם תכונות של הפונקציה $f(x)$.

- בתחום: $-2 < x < 3$ הפונקציה $f(x)$ חיובית.
- בתחום: $x < 0$ הפונקציה $f(x)$ עולה.
- בתחום: $x > 6$ הפונקציה $f(x)$ יורדת.

לפניכם ארבעה גרפים:



א. הקיפו את שני הגרפים שעשויים להיות גרף הפונקציה $f(x)$. נמקו.

ב. לפניכם שלוש תכונות נוספות של הפונקציה $f(x)$.

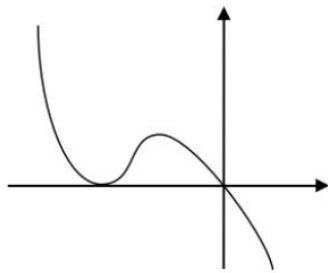
קבעו איזה מהגרפים מתאים לפונקציה $f(x)$ והקיפו את התכונה שסייעה לך לבחור אותו.

i. בפונקציה $f(x)$ מתקיים: $f(3) = 0$.

ii. בתחום: $0 < x < 3$ הפונקציה $f(x)$ יורדת.

iii. בפונקציה $f(x)$ מתקיים: $f(4) < 0$.

24. לפניכם סקיצה של הפונקציה $f(x)$:



א. הקיפו את הייצוג האלגברי המתאים לפונקציה $f(x)$.

1. $x \cdot (x-3)^2$

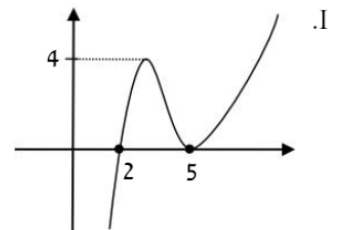
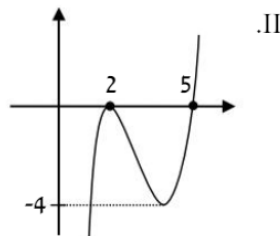
2. $-x \cdot (x+3)^2$

3. $x \cdot (x-3) \cdot (x+3)$

ב. נתון שנקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ היא: $(-1, 4)$.

מצאו את תחומי העליה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

25. לפניכם שני גרפים של הפונקציות: $f(x) = (x-2)^2 \cdot (x-5)$ ו- $g(x) = (x-2) \cdot (x-5)^2$.



א. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

ב. קבעו איזה מהגרפים I או II - הוא גרף הפונקציה $f(x)$.

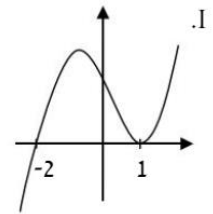
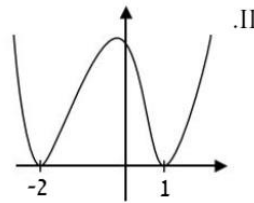
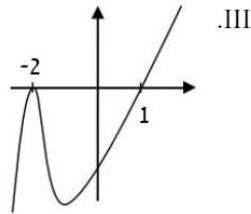
ג. נתונה הפונקציה: $h(x) = g(x) - 2$. קבעו כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $h(x)$ עם ציר ה- x .

28. נתונות הפונקציות: $f(x) = (x+2) \cdot (x-1)^2$, $g(x) = (x+2)^2 \cdot (x-1)$, ו- $h(x) = (x+2)^2 \cdot (x-1)^2$.

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של כל פונקציה עם ציר ה-x.

ב. לפניכם הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$.

האם הנקודות שמצאתם בסעיף א' מסייעות להתאים בין כל פונקציה לבין הגרף המתאים לה? נמקו.



ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של כל פונקציה עם ציר ה-y.

ד. קבעו איזה גרף מתאים לכל אחת משלוש הפונקציות.

ה. נתון שאחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ היא $(-1, 4)$. עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. תחומי העלייה והירידה.

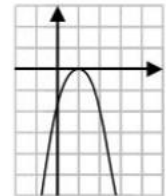
2. תחומי החיוביות והשליליות.

תשובות:

7 א. מקסימום: $(-3, 2)$, $(5, 3)$; מינימום: $(1, -1)$. ב. 1 עליה. 2 ירידה. 3 עולה. 4 יורדת.

13 א. 1 $-4 < x < 2$. 2 $x = -2, 6$. 3 $-4 < x < 2$. 4 $2 < x$. ב. 1 $x \leq 4$. 2 $-2 < x < 6$.

17 א. ג. 1 שתי נקודות. 2 $(1, 3)$.



19 א. גרפים II ו-III. ב. גרף III והתכונה שסייעה הייתה תכונה iii.

24 א. 2. ב. עליה: $-3 < x < -1$; ירידה: $-1 < x$ או $x < -3$.

25 א. בשתי הפונקציות נקודות האפס הן: $(2, 0)$, $(5, 0)$. ב. II. ג. שלוש.

28 א. עבור כל הפונקציות נקודות החיתוך הן: $(-2, 0)$, $(1, 0)$.

ב. בסעיף א' מצאנו שכל הפונקציות מתאפסות עבור אותם ערכי x.

לכן הנקודות לא מסייעות לנו להתאים בין כל פונקציה לגרף המתאים לה.

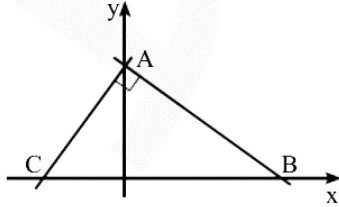
ג. $f(x) : (0, 2)$, $g(x) : (0, -4)$, $h(x) : (0, 4)$. ד. גרף I: $f(x)$, גרף II: $h(x)$, גרף III: $g(x)$.

ה. 1 עליה: $1 < x$ או $x < -1$, ירידה: $-1 < x < 1$.

2 חיוביות: $1 < x$ או $-2 < x < 1$, שליליות: $x < -2$.

פרק 10 – גאומטריה אנליטית

1. ישר שמשוואתו $y = -\frac{3}{4}x + 6$ חותך את ציר ה- y בנקודה A ואת ציר ה- x בנקודה B. בנקודה A מעבירים ישר המאונך לישר הנתון.

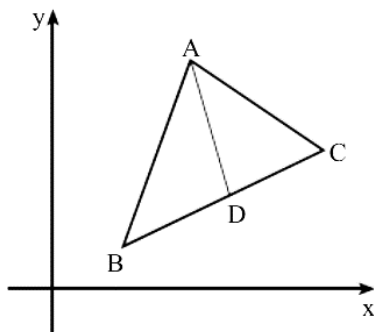


- א. מצא את משוואת הישר המאונך לישר הנתון.
 ב. הישר שמצאת בסעיף א' חותך את ציר ה- x בנקודה C.
 חשב את שטח המשולש ABC.

תשובה: א. $y = 1\frac{1}{3}x + 6$. ב. $37\frac{1}{2}$ יח"ר.

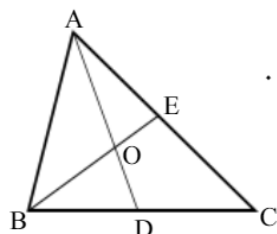
2. נתון ישר שמשוואתו $5y - 4x = 10$. הישר חותך את ציר ה- y בנקודה A ואת ציר ה- x בנקודה B. ישר העובר דרך A ומאונך לישר הנתון חותך את ציר ה- x בנקודה C.
 חשב את שטח המשולש OAC (O ראשית הצירים).

תשובה: 1.6 יח"ר.



3. קדקודיו של משולש ABC הם: $A(3;5)$, $B(2;1)$, $C(6;3)$.
 AD הוא תיכון לצלע BC.
 א. מצא את שיעורי הנקודה D.
 ב. מצא את שיפוע התיכון AD.
 ג. מצא את משוואת התיכון AD.

תשובה: א. (4;2). ב. -3. ג. $y = -3x + 14$.



4. קדקודי משולש ABC הם: $A(6;17)$, $B(2;1)$, $C(16;3)$.
 AD הוא התיכון לצלע BC. BE הוא התיכון לצלע AB.
 O היא נקודת המפגש של התיכונים.
 א. מצא את שיעורי הנקודה O.
 ב. הוכח: $BO = 2 \cdot OE$, $AO = 2 \cdot DO$.

תשובה: א. (8;7).